ISEM3 **le 01 octobre 2001**
DEVOIR SURVEILLE
Durée: 1^{h}30
Sans document
Avec Calculatrice

MECANIQUE QUANTIQUE

Exercice 1: Ondes d'atomes (≈ 7 points)
En 1931, STERN, FRISCH et ESTERMANN ont utilisé un jet d'atomes d'hélium pour bombarder la surface d'un cristal de LiF (dans lequel la distance entre deux ions est de l'ordre de 0.2 nm). La température du jet était 400°K.

1. Calculer l'énergie cinétique moyenne des atomes d'Helium et leur vitesse quadratique moyenne.

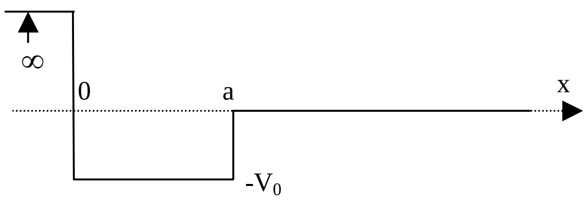
2. Calculer l'ordre de grandeur de la longueur d'onde associée. Pouvaient-ils observer une figure de diffraction?

3. Quelle doit être l'énergie des électrons donnant la même longueur d'onde? Sous quelle différence de potentiel faut-il les accélérer (s'ils sont initialement au repos)?

On rappelle que pour un gaz classique, l'énergie cinétique moyenne $\langle E \rangle$ *par particule est donnée par le théorème d'équipartition de l'énergie, soit* $\langle E \rangle = \frac{3}{2} k_b T$ *, où* k_b *est la constante de BOLTZMANN.*
On donne la masse de l'hélium $m_{he}=6.64\times10^{-27}$ *Kg, la masse de l'électron* $m_e=9.1\times10^{-31}$*Kg, la constante de BOLTZMANN* $k_b=1.38\times10^{-23}$*J/K et la constante de PLANCK* $h=6.62\times10^{-34}$*J.s.*

Exercice 2: Puits de potentiel fini (≈ 13 points)
Une particule de masse m se déplace sur un axe Ox en étant soumise au potentiel suivant:

$$\begin{cases} V(x) = \infty \; pour \; x \le 0 \\ V(x) = -V_0 \; pour \; 0 < x \le a \\ V(x) = 0 \; pour \; a < x \end{cases}$$



1. Résoudre l'équation de Schrödinger indépendante du temps pour les états liés stationnaires de la particule ($-V_0<E<0$). Exprimer et discuter les conditions aux limites et de continuité imposées à la fonction d'onde, que l'on exprimera en fonction de $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 + E)}$ et $K = \sqrt{\frac{-2mE}{\hbar^2}}$, sans chercher à déterminer les constantes d'intégration.

2. En déduire que les niveaux d'énergie discrets de ce puits de potentiel sont donnés par les solutions de l'équation suivante:

$$\tan(ka) = \frac{-ka}{\sqrt{\alpha^2 - (ka)^2}} \text{ , avec } 0<ka<\alpha$$

où α est un paramètre <u>à préciser</u>, mais qu'une méthode graphique <u>à expliciter</u> permet de les déterminer.

3. Montrer qu'une inégalité simple doit être vérifiée entre la profondeur V_0 et la largeur a du puits pour qu'il existe <u>au moins un</u> état lié.

Que deviennent les niveaux d'énergie à la limite $V_0 \to \infty$ (a restant constant)?

Préciser le nombre et la valeur approximative en eV (ordre de grandeur par approximation graphique de la valeur de ka) des niveaux d'énergie dans le cas suivant:
$m=1{,}7\times10^{-27}$Kg, $V_0=60$ MeV, $a=3\times10^{-15}$m, (1 eV=1.6×10^{-19} J , 1 MeV=10^6eV)